

ERMITTLUNG DER WÄRMEVERLUSTE ERDVERLEGTER ROHRLEITUNGEN UND BESTIMMUNG DER TEMPERATURFELDER IN DER UMGEBUNG DER ERDVERLEGTEN ROHRLEITUNGEN

(Nr. 1)

Verfahren zur näherungsweise Berechnung auf der Basis
thermisch-elektrischer Analogiebeziehungen

Von TATSUAKI TANAKA, Mitglied von A.I.J.

1. Einleitung

Die Berechnung von Wärmeleitungsproblemen ist in vielen Fällen mit erheblichen mathematischen Schwierigkeiten und großer Rechenarbeit verbunden. Die experimentelle Lösung konkreter Aufgaben erfordert hohe Aufwendungen an Mitteln und Zeit. Aus diesem Grund gewinnen die indirekten Untersuchungsmethoden an Bedeutung, die als thermisch-elektrische und thermisch-hydraulische Analogien bezeichnet werden.

Die Fernwärmeversorgung hat in Japan in den letzten Jahren große Fortschritte gemacht. Zur Zeit gibt es wenig Unterlagen über die Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen. Deshalb wurden für Rohrleitungen, die mit einem Isoliermantel kanalfrei unmittelbar im Erdboden verlegt sind, mit Hilfe eines elektrischen Analogieverfahrens die Wärmeverluste und die Temperaturfelder in der Umgebung der Rohre bestimmt. Die Isolierdicke ist nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten unter Berücksichtigung der Wärmeverluste und der Kosten der Isolierung zu bestimmen.

Die Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen wurden im stationären Zustand untersucht. Das vorliegende Problem der Wärmeleitung wird durch die Laplace-Gleichung dargestellt. Die Laplace-Gleichung beschreibt die Vorgänge der stationären zweidimensionalen Wärmeleitung genauso wie die der stationären zweidimensionalen Leitung des elektrischen Stroms. Sie lautet

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

für den Fall der Wärmeleitung und

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

für den Fall der Leitung des elektrischen Stroms.

Vergleicht man die Vorgänge beider physikalischer Systeme, so kommt man zu folgender Gegenüberstellung der sich entsprechenden Größen, wobei geometrische Ähnlichkeit vorausgesetzt ist;

ϕ : Wärmestrom	I : elektrischer Strom
T : Temperatur	V : elektrisches Potential
ΔT : Temperaturdifferenz	ΔV : Potentialdifferenz
λ : Wärmeleitfähigkeit	γ : elektrische Leitfähigkeit
r : Wärmeleitwiderstand	R : ohmscher Widerstand

Das zweidimensionale elektrische Modell wird mit Hilfe leitender Schichten (sogenannte Papier-Analogie) verwirklicht. Als Material für das Modell wurde Graphitpapier "Teledelos" verwendet.

Der Standardflächenwiderstand dieses Papiers war $2\text{ k}\Omega$. Das Papier war 50 cm breit und etwa 10 m lang.

2. Bestimmung der Temperaturfelder in der Umgebung der erdverlegten Rohrleitungen

Bei der Bestimmung der Temperaturfelder in der Umgebung der erdverlegten Rohrleitungen wurden auf dem Graphitpapier die den jeweiligen Temperaturen entsprechenden elektrischen Potentiale angelegt. Dort, wo auf dem Papier Linien gleichen Potentials erzeugt werden sollten (Außenlufttemperatur, über das Jahr konstante Erdreichtemperatur von 15°C in der Grundwasertiefe 10 m , Wassertemperatur in den Rohrleitungen), wurde dies mit Hilfe eines Leitsilberanstrichs erreicht, der gegenüber dem Graphitpapier einen sehr hohen Flächenleitwert besitzt. Gemessen wurden auf dem Graphitpapier die Linien gleichen Potentials; sie entsprechen den Isothermen in der Erde. Die gemessenen Temperaturfelder in der Umgebung der erdverlegten Rohrleitungen sind auf Bild 1 dargestellt.

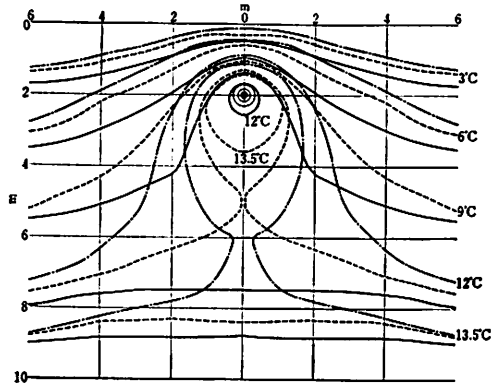


Bild 1 Temperaturfelder in der Umgebung von erdverlegten Rohrleitungen

3. Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen, ohne Isolierung

Bestimmt man die elektrischen Ströme, welche aus den Elektroden ein- oder ausfließen, die den Rohrleitungen entsprechen, so kann man daraus die Wärmeströme berechnen. Bei Benutzung eines Galvanometers verändert man bekanntlich durch dessen ohmschen Widerstand die wahren Meßwerte. Um die elektrischen Ströme ohne Hilfe eines Galvanometers messen zu können, wurde die Spannung vor Anlage an die Leitsilberlinie, die der Rohroberfläche entspricht (Wärmedurchgangskoeffizient $k = \infty\text{ W}/(\text{mK})$ angesetzt), über einen bekannten Widerstand angelegt. Durch den Spannungsabfall an diesem Widerstand können nun die elektrischen Ströme bestimmt werden. Das Besondere an diesem Verfahren ist die Benutzung eines quadratischen Papierwiderstandes aus dem gleichen Material wie das des elektrischen Modells (Bild 2). Da der Widerstandswert einer quadratischen leitenden Schicht immer der sogenannte Standardflächenwiderstand (hier $2\text{ k}\Omega$), ergeben sich die unten hergeleiteten einfachen Beziehungen für die Bestimmung der Wärmeverluste.

Gibt es in der Erde nur ein Rohr, genügt es, aus Symmetriegründen nur eine Hälfte zu betrachten. Wenn man die Außenlufttemperatur als t_a , die Wassertemperatur des Rohres als t_w , die Erdtemperatur 10 m unterhalb der Erdoberfläche als t_e , das der Wassertemperatur des Rohres entsprechende elektrische Potential als V_w , und das der Außenlufttemperatur entsprechende elektrische Potential als V_a , darstellt, so ergibt sich das der Erdtemperatur 10 m unter der Erdoberfläche entsprechende Potential

$$V_e = \left(\frac{t_e - t_a}{t_w - t_a} \right) (V_w - V_a) + V_a \dots \dots \dots (3)$$

Tafel 1 Größen der Analogiesysteme und ihre Beziehungen untereinander

	Temperatur	elektrisches Potential
Außenlufttemperatur	t_a	V_a
Wassertemperatur des Rohres	t_w	V_w
Erdtemperatur 10 m unterhalb der Erdoberfläche	t_e	$(V_w - V_a) \left(\frac{t_e - t_a}{t_w - t_a} \right) + V_a$
Gegebenes elektrisches Potential		V_y

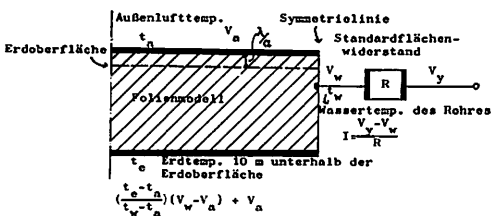


Bild 2 Modell zur Messung der Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen ohne Isolierung

Den Strom I muß man mit einem bestimmten Faktor $q \cdot m$ multiplizieren, um den Wärmestrom zu erhalten. Die Wärmeverluste werden dann mit der folgenden Formel bestimmt;

$$\phi = 2 q \cdot m \cdot I \dots\dots\dots(4)$$

Hierin ist

q ein Faktor, der das Verhältnis zwischen Wärmewiderstand der Erde und ohmschen Widerstand des Graphitpapiers wiedergibt; $q = \lambda_E \cdot R$ (mit λ_E : Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens in $W/(mK)$ und R : Standardflächenwiderstand des Graphitpapiers); m ein Maßstabsfaktor, der das Verhältnis zwischen Temperatur- und Potentialdifferenzen angibt;

I nach dem Ohmschen Gesetz bestimmter Strom

$$I = \frac{V_y - V_w}{R} \dots\dots\dots(5)$$

Wenn die Temperatur T (in $^{\circ}C$) eines beliebigen Punktes auf dem elektrischen Modell einem Potential V in diesem Punkt entspricht, dann gilt wegen der sich entsprechenden Größen:

$$\frac{T - t_a}{t_w - t_a} = \frac{V - V_a}{V_w - V_a} \dots\dots\dots(6)$$

Daraus folgt

$$T - t_a = \frac{t_w - t_a}{V_w - V_a} (V - V_a) \dots\dots\dots(7)$$

wobei

$$m = \frac{t_w - t_a}{V_w - V_a} \dots\dots\dots(8)$$

der oben erwähnte Maßstabsfaktor ist.

Die Gleichung für die Wärmeverluste lautet dann

$$\begin{aligned} \phi &= 2 q \cdot m \cdot I \\ &= 2 \lambda_E R \frac{t_w - t_a}{V_w - V_a} \frac{V_y - V_w}{R} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

und

$$\phi = 2 \lambda_E \frac{V_y - V_w}{V_w - V_a} (t_w - t_a) \dots\dots\dots(10)$$

Der Standardflächenwiderstand taucht hier nicht mehr auf.

Die Werte der dadurch bestimmten Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen werden in Tafel 2 aufgeführt. Angegeben sind: Tiefe der Rohrleitungen mit 0,5 m, 1,0 m, 1,5 m, 2,0 m, 3,0 m; Außendurchmesser der Rohrleitungen mit 100 mm, 250 mm, und 500 mm; Wassertemperatur mit $6^{\circ}C$, $12^{\circ}C$,

Tafel 2 Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen ohne Isolierung in W/m

1		0,5 m			1,0 m			1,5 m			2,0 m			3,0 m		
t_a	t_w/d	100	250	500	100	250	500	100	250	500	100	250	500	100	250	500
0	6	16	22	35	9	16	20	8	10	14	6	8	9	2	3	5
0	12	36	48	76	27	36	47	22	29	37	20	26	31	14	20	26
0	45	145	192	301	113	151	200	104	136	171	97	127	154	88	107	137
0	100	317	423	671	261	341	495	235	301	374	220	285	359	202	260	326
0	180	579	772	1221	476	619	811	423	554	716	407	521	658	374	488	595
30	6	-83	-101	-164	-58	-78	-98	-53	-66	-86	-49	-60	-77	-40	-52	-65
30	12	-55	-56	-126	-48	-57	-78	-40	-50	-63	-35	-44	-57	-36	-36	-47
30	45	51	71	108	45	58	78	42	55	71	44	55	66	43	55	66
30	100	228	309	481	191	248	335	171	228	293	171	213	277	158	204	254
30	180	566	648	956	404	537	699	365	469	606	356	456	573	329	427	521

1; Tiefe des Rohres, t_a ; Außenlufttemperatur in $^{\circ}C$, t_w ; Wassertemperatur in der Rohrleitung in $^{\circ}C$,
d; Außendurchmesser des Rohres in mm
Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens; 1,63 $W/(mK)$

45°C, 100°C und 180°C und Wärmeleitfähigkeit der Erde mit 1,63 W/(mK). Bei der Annahme der Wärmeleitfähigkeiten der Erde gibt es natürlich viele Probleme, aber meistens liegen die Werte hierfür in Japan im Bereich von 1,63~2,33 W/(mK).

4. Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Isolierung

Gewöhnlich sind die erdverlegten Rohrleitungen isoliert. Deshalb muß man auch die Wärmeverluste hierfür bestimmen. Die Wärmeleitfähigkeit der Erde ist 28 bis 40 mal größer als die der Isolierung, außerdem ist die Dicke der Isolierung sehr gering im Vergleich zu dem betrachteten Bereich des Erdbodens. Eine genaue Analogie für die Isolierung allein mit Graphitpapier ist schwierig. Um diese Schwierigkeit zu überwinden, wurde ein dem Wärmeleitwiderstand der Isolierung entsprechender ohmscher Widerstand vorgeschaltet. Beim Anlegen des elektrischen Potentials, das der Wassertemperatur des Rohres entspricht, wird es auf diesen Vorwiderstand gegeben (Bild 3). Damit wird ein Fehler eingeführt, weil diese Methode zwar den Isolationswiderstand berücksichtigt, aber dabei eine einheitliche Oberflächentemperatur auf dem Umfang der Isolierung voraussetzt. Diese Voraussetzung ist natürlich nicht richtig, aber sie ist als Näherung ausreichend, weil auch die Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens nur grob geschätzt wurde. Bei der Bestimmung des ohmschen Widerstandes R' , der dem Widerstand der Isolierung des Rohres entspricht, ergibt sich der spezifische elektrische Strom zu

$$i = -\tau_I \frac{dV}{dr} \dots \dots \dots (11)$$

Dabei ist τ_I die elektrische Leitfähigkeit des Folienmaterials im Bereich der Isolierung.

Der gesamte elektrische Strom I durch die Isolierung wird

$$I = \pi r i \dots \dots \dots (12)$$

$$I = -\pi r \tau_I \frac{dV}{dr} \dots \dots \dots (13)$$

$$I \frac{dr}{r} = -\pi \tau_I dV \dots \dots \dots (14)$$

$$I \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right) = \pi \tau_I (V_1 - V_2) \dots \dots \dots (15)$$

$$R' = \frac{V_1 - V_2}{I} \dots \dots \dots (16)$$

$$R' = \frac{1}{\pi \tau_I} \ln \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (17)$$

$$\frac{\lambda_E}{\lambda_I} = \frac{\tau_E}{\tau_I} \text{ und } \tau_E = \frac{1}{R} \dots \dots \dots (18)$$

$$R' = \frac{\lambda_E R}{\lambda_I \pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (19)$$

Dabei bedeuten :

λ_E : Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens (W/(mK))

λ_I : Wärmeleitfähigkeit der Isolierung (W/(mK))

V_2 : elektrisches Potential an der Außenseite der Isolierung (V)

V_1 : elektrisches Potential an der Innenseite der Isolierung (V)

τ_E : elektrische Leitfähigkeit des Folienmaterials im Bereich des Erdbodens (1/Ωm)

τ_I : elektrische Leitfähigkeit des Folienmaterials im Bereich der Isolierung (1/Ωm)

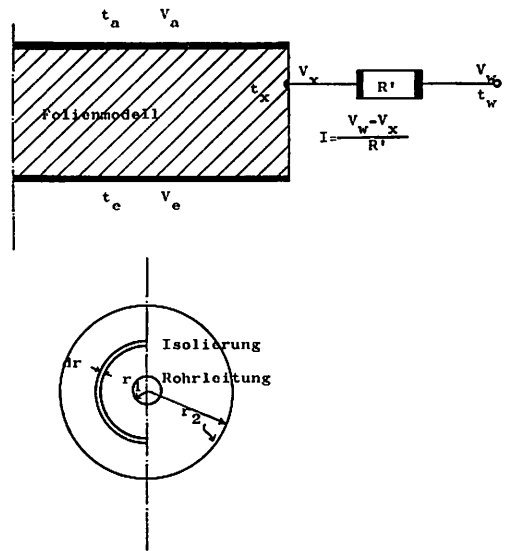


Bild 3 Modell zur Messung der Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Isolierung

R : ohmscher Standardflächenwiderstand des Graphitpapiers

- r_1 : Außenradius des Rohres (m)
- r_2 : Außenradius der Isolierung (m)
- r : Radius der Isolierung (m)

Die den Rohren mit dem Außendurchmesser 100 mm, 250 mm, 500 mm entsprechenden ohmschen Widerstände R' sind in der folgenden Zusammenstellung angegeben (s. Tafel 3).

Dabei wurden die Dicke der Isolierung für den Außendurchmesser 100 mm mit 40 mm, für 250 mm mit 50 mm, für 500 mm mit 65 mm und die Wärmeleitfähigkeit der Isolierung 0,058 W/(mK) vorausgesetzt.

Den Wärmeverlust ϕ von erdverlegten isolierten Rohrleitungen kann man dann mit derselben Methode wie die Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen ohne Isolierung bestimmen :

$$\phi = 2 q \cdot m \cdot I \dots\dots\dots(20)$$

I ist der in das Rohr ein- und ausfließende elektrische Strom. Damit wird

$$I = \frac{V_w - V_x}{R'} = \frac{V_w - V_x}{\frac{\lambda_E R}{\lambda_I \pi} \ln \frac{r_2}{r_1}} \dots\dots\dots(21)$$

und

$$\begin{aligned} \phi &= 2 \lambda_I \pi (t_a - t_w) \frac{V_w - V_x}{(V_a - V_w) \ln \frac{r_2}{r_1}} \\ &= \frac{2 \lambda_I \pi (t_a - t_w) (V_w - V_x)}{(V_a - V_w) \ln \frac{r_2}{r_1}} \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

Die mit dieser Methode bestimmten Wärmeverluste sind in Tafel 4 enthalten.

5. Wärmeverluste mehrerer paralleler erdverlegter Rohrleitungen ohne und mit Isolierung

Wenn mehr als zwei Rohrleitungen in der Erde verlegt werden, ändert sich die elektrische analoge Berechnungsmethode etwas, da das Problem nicht mehr symmetrisch ist. Der Strom wird bei halbem

Tafel 3 Die den Rohren mit dem Außendurchmesser 100 mm, 250 mm, 500 mm, 750 mm entsprechenden ohmschen Widerstände R'

Außendurchmesser des Rohres mm	Dicke der Isolierung mm	symmetrie	nicht symmetrie
100	40	5,24 R	2,62 R
250	50	3,00 R	1,50 R
500	65	2,06 R	1,03 R
750	80	1,70 R	0,85 R

Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens: 1,63 W/(mK)

Tafel 4 Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Isolierung in W/m

1		0,5 m			1,0 m			1,5 m			2,0 m			3,0 m		
t_a	t_w/d	100	250	500	100	250	500	100	250	500	100	250	500	100	250	500
0	6	2	5	7	2	3	6	2	3	5	1	2	3	1	1	1
0	12	6	10	15	6	9	13	5	8	12	5	8	10	3	6	8
0	45	24	41	59	23	38	55	22	37	51	22	36	49	21	34	47
0	100	55	92	133	52	88	123	51	85	117	50	83	114	49	80	109
0	180	98	166	238	95	159	223	93	155	216	92	151	208	91	148	199
30	6	-13	-21	-30	-12	-20	-28	-12	-19	-26	-10	-17	-24	-9	-16	-22
30	12	-9	-16	-23	-8	-15	-21	-8	-14	-19	-8	-13	-17	-7	-12	-15
30	45	9	15	21	9	15	21	9	15	21	9	16	22	10	16	22
30	100	38	66	95	38	65	91	38	64	87	38	63	86	38	63	85
30	180	83	140	202	81	136	186	80	133	184	79	131	180	79	130	177

1; Tiefe des Rohres, t_a ; Außenlufttemperatur in °C, t_w ; Wassertemperatur in der Rohrleitung in °C
d; Außendurchmesser des Rohres in mm

Außendurchmesser des Rohres Dicke der Isolierung Wärmeleitfähigkeit der Isolierung; 0,058W/(mK)
100 mm 40 mm Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens; 1,63 W/(mK)
250 mm 50 mm
500 mm 65 mm

Widerstand doppelt so groß :

$$I = 2 \pi r \cdot i$$

$$= -2 \pi r r_I \frac{dV}{dr} \dots \dots \dots (23)$$

$$I \frac{dr}{r} = -2 \pi r_I dV \dots \dots \dots (24)$$

$$I \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right) = 2 \pi r_I (V_1 - V_2) \dots \dots \dots (25)$$

$$R' = \frac{1}{2 \pi r_I} \ln \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (26)$$

Die errechneten ohmschen Widerstände R' sind in der Tafel 3 als "nicht symmetrisch" aufgeführt.

Die errechneten ohmschen Widerstände R' für die Rohre mit dem Außendurchmesser 100 mm, 250 mm, 500 mm, 750 mm werden in der anschließenden Zusammenstellung aufgeführt.

Dabei wurden die Dicke der Isolierung für den Außendurchmesser 100 mm mit 40 mm, für 250 mm mit 50 mm, für 500 mm mit 65 mm, für 750 mm mit 80 mm und die Wärmeleitfähigkeit der Isolierung mit 0,058 W/(mK) vorausgesetzt.

Der Wärmeverlust von erdverlegten Rohrleitungen, die nicht isoliert sind, ergibt sich zu

$$\phi = q \cdot m \cdot I \dots \dots \dots (27)$$

$$= R \lambda_E \frac{t_w - t_a}{V_w - V_a} \frac{V_y - V_w}{R} \dots \dots \dots (28)$$

$$= \lambda_E \frac{V_y - V_w}{V_w - V_a} (t_w - t_a) \dots \dots \dots (29)$$

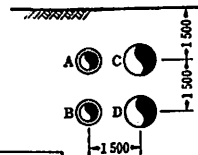
Die Formel für die Bestimmung der Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Isolierung ist dann

$$\phi = q \cdot m \cdot I \dots \dots \dots (30)$$

$$= \lambda_I \pi (t_a - t_w) \frac{V_w - V_x}{(V_a - V_w) \ln \frac{r_2}{r_1}} \dots \dots \dots (31)$$

Tafel 5 Wärmeverluste für den Fall, daß sich vier Rohre im Erdboden befinden

Rohr A Außendurchmesser des Rohres 500 mm mit Isolierung (Die Dicke 65 mm)
 Rohr B Außendurchmesser des Rohres 500 mm mit Isolierung (Die Dicke 65 mm)
 Rohr C Außendurchmesser des Rohres 800 mm ohne Isolierung
 Rohr D Außendurchmesser des Rohres 800 mm ohne Isolierung



	A	B	C	D		A	B	C	D
$t_a \setminus t_w$	180	100	15	5	$t_a \setminus t_w$	45	35	15	5
0	109,9	52,2	4,9	-118,9	0	27,3	16,6	79,8	-58,6
30	100,4	48,3	-112,3	-166,1	30	15,8	12,2	-45,6	-105,8
	A	B	C	D		A	B	C	D
$t_a \setminus t_w$	180	100	5	15	$t_a \setminus t_w$	45	35	5	15
0	108,3	50,6	-100,9	-22,8	0	24,9	14,7	-33,4	38,3
30	102,0	46,6	-221,4	-68,4	30	17,0	10,2	-153,9	-9,8
	A	B	C	D		A	B	C	D
$t_a \setminus t_w$	100	180	15	5	$t_a \setminus t_w$	35	45	15	5
0	53,7	105,1	21,2	-146,5	0	17,6	22,9	77,3	-58,6
30	45,8	101,2	-92,8	-195,4	30	9,1	19,0	-44,0	-108,3
	A	B	C	D		A	B	C	D
$t_a \setminus t_w$	100	180	5	15	$t_a \setminus t_w$	35	45	5	15
0	54,5	102,0	-83,0	-53,7	0	18,1	21,4	-34,2	35,8
30	47,5	99,6	-205,2	-99,3	30	10,2	17,0	-149,8	-10,6

Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens; 1,63 W/(mK)
 Wärmeleitfähigkeit der Isolierung; 0,058 W/(mK)

$$= \frac{\lambda_f \pi (t_a - t_w) (V_w - V_x)}{(V_a - V_w) \ln \frac{r_2}{r_1}} \dots \dots \dots (32)$$

Die Werte der Wärmeverluste für den Fall mit vier Rohren im Erdboden sind in der Tafel 5 aufgeführt.

6. Schlußbemerkungen

Der Bau des beschriebenen elektrischen Analogierechners geht auf einen Vorschlag von Herrn Shiro Tanabe, dem Vizepräsident des Ohbayashi-Gumi Forschungsinstitutes, zurück. Bei der Beschäftigung mit grundlegenden thermischen und elektrischen Zusammenhängen wurde die Möglichkeit zur Ableitung der hier vorgeschlagenen einfachen Berechnungsverfahren erkannt.

Ich danke Herrn Tanabe für seine ständige aufmerksame Betreuung und für die zahlreichen Anregungen, die er mir im Verlaufe meiner Arbeit gegeben hat.

Literaturverzeichnis

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) 川下研介：熱伝導論，共立出版 2) 岡田孝夫ほか：地中埋設管からの熱損失（第2報），昭和45年度秋季學術講演会前刷集，空気調和衛生工学会 3) 岡田旭郎：地中埋設管の損失熱量と温度降下の概略計算法，空気調和・衛生工学，46-5 4) 田中辰明：地中埋設管からの熱損失計算，日本建築学会関東支部第41回學術研究発表会，1970年 5) 田中辰明，林 英明：電気アナログ法による地中埋設管 | <p>の熱損失・温度分布計算</p> <ol style="list-style-type: none"> 6) T. Tanaka：Ermittlung der Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Hilfe einer thermisch-elektrischen Analogie, HLH, 24-5 1973, VDI-Verlag 7) Karplus & Soroka：Analog Methods 1959, McGraw Hill 8) 2. Internationale Konferenz für Fernheizung im Rahmen der 7. ungarischen Heizungs- und Lüftungstechnischen Konferenz, 1973 |
|---|--|

紙アナログ法による地中埋設管の熱損失・温度分布計算（梗概）

（その1）

正会員 田 中 辰 明*

1. はじめに

地域暖房配管の設計に際し、設計者としては地域配管からの熱損失（または熱取得）量はぜひ知らなければならぬし、地域冷暖房配管の熱が他の地中埋設管や街路樹などへ及ぼす影響を事前に調査し、他の配管等に悪影響を及ぼさないように配慮しなければいけない。このためには地域冷暖房配管が埋設された場合の地中温度分布を知っておくことも必要になる。

筆者は、比較的簡単にかつ直感的に解を得られる方法として、電気は通るが、平面的に均一な抵抗がある「電導抵抗紙」を使って研究を行ってきたので成果をここに報告する。

熱伝導の現象が、電気伝導の現象に置換されることはよく知られている。地中埋設管の熱の問題を定常状態について解こうとする場合には熱容量は関係しない。したがって温度差を電位差に、熱抵抗を電気抵抗に、熱流量を電気流量にそれぞれ対応させて、電気現象として問題を扱うことができる。二次元の定常熱伝導方程式はラプラスの式で示され、(1)式のように、電気伝導の場合は(2)式のように示され、それぞれ相似となることを示している。

ここにアナログモデル上の熱と電気に対応を示すと、表—1 のようになる。

二次元の電気モデルは前述の「電導抵抗紙」を使って作られた。電導抵抗紙または電導抵抗布は内外で各種のものが出ている。これは一般に紙または布にカーボンブラックを塗ったものである。布に塗ったものは抵抗が均一であるが、布がグラスファイバー製であることから、実験中に布が鋭角に曲がったような時、カーボンが部分的にはく（剝）離してしまうことがある。紙にカーボンを塗ったものはローラーで塗ったように想像され、縦方向と横方向で5%程度抵抗が異なるものがある。

この研究では縦方向、横方向の抵抗の差異の少なかつた米国の紙製のものを使用し、実験のつど検査を行なった。電導抵抗紙の時間経過による抵抗変化は認められず、満足のいく実験が行なえた。使用された電導抵抗紙の基準抵抗は $2\text{ k}\Omega$ である。

電導抵抗紙を使った直接アナログの研究は、カープラス氏の著書¹⁾にもみられるほか、東欧を含む欧州でしばしば研究が見られる。

2. 地中埋設管による地中温度分布について

幅 50 cm の電導抵抗紙を無限に広がる大地に対応させ、十分な長さ 4 m 程度に切り、外気温度に相当するところと、地下 10 m に相当するところに、幅 1 cm 程度の電気伝導のきわめてよい「誘電ペンキ」を塗り、そこに外気温度、地中温度に相当する電圧を与えて実験を行なった。電導抵抗紙上の模型で、外気温度、地下 10 m の温度、地中配管の温度に、それぞれ相当する電位を与えたときに得られる等電位線は、そのまま地中の等温線になる。いま模型上で任意の点の電位が V であったとすると、その点の温度 T を知るには図—2 を参照し、(7)式より展開された

$$T = \frac{V - V_a}{V_w - V_a} (t_w - t_a) + t_a$$

により求められる。このようにして求めた等温線の例が図—1 である。

3. 保温材のない単管からの熱損失計算

電導抵抗紙の模型上で配管の埋設深さに相当する位置に、模型での大きさに相当させ配管の断面積を誘電ペンキで塗布する。送り湯の水温により、配管の外表面まで配管中の水温と同じ温度になったという仮定で、配管断面積として塗布された誘電ペンキ部分に送水温度に相当する電位を与える。地表面の熱伝達率は $11.6\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ($=10\text{ Kcal}/\text{m}^2\text{ h deg}$) と仮定し、地表面の表面熱伝達抵抗の相当厚さがとられた。土の熱伝導率は、一様に、 $1.63\text{ W}/(\text{mK})$ ($=1.4\text{ Kcal}/\text{m h deg}$) と仮定したので、相当厚さは 0.14 m ということになる。

さて、配管に対応する電極から流入（出）する電流量を知れば、配管の損失（取得）熱量がわかる。電流量の測定に電流計を使って行なうと、その内部抵抗のため回路の条件が変化してしまうことがある。電流計を使わないで電流量を知るには、配管に対応する電極に電位を与え、既知の抵抗（後述のように基準抵抗を入れると計算しやすい）を通して与え、その抵抗による電圧降下から電流量を知るとよい。

地中に配管が1本あるときは、管の縦方向の中心線を

* 大林組技術研究所

(昭和50年9月23日稿受理・討論期限昭和51年7月末日)

軸として左右対称となるからその一方について解けばよい。いま外気温度を t_a 、配管の温度を t_w 、土中 10 m の温度を t_e とし、それぞれに対応する電位を V_a, V_w, V_e とすると、(3) 式が導かれる。

図-2 において、配管に相当する電極に流入する電流量 I が測定されたとき、それにスケールファクタ qm を乗じなければ熱量として求まらない。すなわち (4) 式のように示される。

ここに

ϕ : 配管からの流出 (入) 熱量 W/m

q : 土の熱抵抗と電導抵抗紙の電気抵抗の関係を示す係数

m : 温度差と電位差の関係を示すスケールファクタ K/V

電極に流入または流出する電流は 図-2 で基準抵抗前後の電位を V_p, V_w 、とするとオームの法則により (5) 式のように示される。その結果配管からの流出 (入) 熱量 ϕ は (9) 式のように示されるが、 R はうまく消去され、(10) 式のように整理される。

この方法で求めた 損失熱量 (取得熱量) の計算例を表-2 に示す。

4. 保温材のある単管からの熱損失

多くの地中埋設管は保温材で被覆されている。土と保温材では、熱伝導率が 28 倍近くも異なるのと、全体の系に対し配管の保温材の部分が小さすぎる。このため保温材部分の熱伝導現象を、アナログ法で正確に模擬するのは困難になってくる。特に数多くの計算を行なおうとすれば簡易にできる方法が望ましい。

そこで保温材の熱抵抗に相当する電気抵抗を計算で求め、図-3 に示すように、配管の外側にその部分の抵抗を入れるという方法を採用した。この場合模型上での誘電ペンキの塗布は保温材を含めた配管断面に行なわれる。保温材の熱抵抗を電気抵抗に置き換える方法は、保温材内の温度分布は半径が等しい所はすべて等しいということになる。

これは実際の現象としては正しくないが、そもそも土の熱伝導率も仮定値を使っていることから、近似計算としては十分な仮定である。保温材の熱抵抗に対応する電気抵抗 R' を求めるには、図-4 に示す配管で保温材部分の電気伝導度を γ_l とすると、保温材を流れる電流密度は (11) 式のようになる。

模型上の保温材外表面温度に対応する電位を V_2 、配管に接する保温材の温度に対応する電位を V_1 とすると (12) 式以下のように展開され、 R' は (19) 式のようになる。

土の熱伝導率を $1.63 \text{ W/(mK)} (=1.4 \text{ Kcal/m h deg})$ 、保温材の熱伝導率を $0.058 \text{ W/(mK)} (=0.05 \text{ Kcal/m h deg})$ と仮定した場合の管径 100 A, 250 A, 500 A, 750

A に対する R' は表-3 に示すようになる。表中の「対称の場合」とは保温材のある配管が 1 本埋設されている場合、「非対称の場合」とは 2 本以上の配管が埋設されている場合を意味している。

各種径の配管に対して使用された保温材の厚さは表-3 に示すとおりで、日本の地域暖房配管に使われる標準的な保温厚さである。単管に保温材がある場合の熱損失 ϕ を求めるには、保温材のない単管の場合と同様に左右対称性により半分の模型で解が得られる。すなわち (4) 式により ϕ が求められ、ここで I は配管の電極に流入 (出) する電流で、(21) 式のようになる。

さて図-2 と図-3 を比較したとき、配管水温 t_w の位置が抵抗の前後に倒置している。すなわち保温材のある場合は、保温材の熱抵抗に相当する電気抵抗 R' を通して水温 t_w に相当する電位 V_w を与え、系全体のバランスで V_x が定まる。 V_x は保温材表面温度に対応する電位で、 ϕ は (22) 式のようになる。

このようにして計算された保温材のない場合に求めたと同じ条件に対する熱損失量 (熱取得量) は表-4 に示すようになる。この場合土の熱伝導率の仮定は保温材のない場合と同じであるが、保温材の熱伝導率は $0.058 \text{ W/(mK)} (=0.05 \text{ Kcal/m h deg})$ と仮定された。それぞれの配管径に対する保温材の厚さは表-3 に示すようである。

5. 多数の配管が地中に埋設された場合の配管からの熱損失

多数の配管が地中に埋設されている場合のアナログ解法は、配管の中心縦軸に関して左右対称にはならないので、解法が若干異なってくる。すなわち配管に保温材がある場合、アナログ模型の外側につける保温材の熱抵抗に相当する電気抵抗 R' は (26) 式のようになる。この R' は表-3 に非対称の場合として示されている。配管の熱損失 ϕ は、配管に保温材がない場合は (29) 式で、保温材がある場合は (32) 式により求められる。65 mm 厚の保温材のある 500 A の配管 2 本と、保温材のない 800 A の配管 2 本の合計 4 本が埋設された場合の各配管からの熱損失計算例を表-5 に示す。

6. おわりに

地中埋設管の熱損失や地中温度分布を求める方法として、等角写像を使って解く方法¹⁾や、電解そう (槽) を使って立体アナログで解く方法²⁾は報告されている。これらは計算が煩雑であったり、取扱いが困難であることなどの欠点もある。電導抵抗紙を使用した「紙アナログ法」は取扱いが簡単で、直感的にかつ精度の高い解が得られるなどの長所があるので、実験方法と結果の一部を紹介したいである。

本論文では量記号、単位記号は JIS Z 8202-1974 によった。